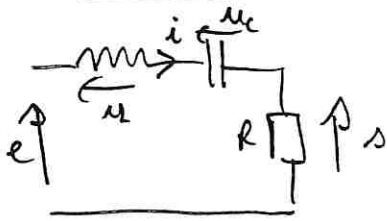


1. Oscillateur à filtre RLC



a. en BF : $-|| \Rightarrow \text{---} \Rightarrow i = 0$
 $\Rightarrow \Delta = Ri = 0$
 en HF : $\text{---} \Rightarrow \text{---} \Rightarrow i = 0$
 $\Rightarrow \Delta = Ri = 0$

Diviseur de tension (basse bande) $\hookrightarrow$ passe bande

$$\underline{\Delta} = \frac{R}{R + Z_C + Z_L} \underline{e} \Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{\Delta}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{\omega_0 L}{R} - \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1}{\omega_0 RC}\right)}$$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

b. Applications numériques

$\omega_0 \approx 1,7 \cdot 10^4 \text{ rad/s} \rightarrow f_0 \approx 2,7 \text{ kHz}$
 $Q \approx 50$
 $T_0 \approx 0,4 \text{ ms}$

c. Vu que le bandage se fait sur "+" et que l'ALI est idéal : $i_+ = 0$

$$\frac{\underline{\Delta}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)} \Rightarrow \underline{e} = \underline{\Delta} + \frac{L}{R} j\omega \underline{\Delta} + \frac{1}{j\omega RC} \underline{\Delta}$$

$$j\omega RC \underline{e} = \underline{\Delta} + j\omega RC \underline{\Delta} + LC(j\omega)^2 \underline{\Delta} \quad (*)$$

Diviseur de tension sur "-" ($i_- = 0$)

$$\underline{V}_- = \frac{nR}{nR + (n-1)R} \underline{e} = n \underline{e}$$

or le réseau est linéaire (+ ALI idéal) $\Rightarrow V_+ = V_- = \underline{\Delta}$

$\Rightarrow e = \frac{V_-}{n} = \frac{\underline{\Delta}}{n}$ du injecté dans (*):

$$LC(j\omega)^2 \underline{\Delta} + RC(j\omega) \left(1 - \frac{1}{n}\right) \underline{\Delta} + \underline{\Delta} = 0$$

du intégrité temporelle:

$$\boxed{\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{ds(t)}{dt} + \frac{1}{LC} s(t) = 0}$$

- par avoir des oscillations, il faut de l'instabilité, donc

$$1 - \frac{1}{n} < 0 \Rightarrow \boxed{n < 1}$$

- par avoir un oscillateur parfaitement sinusoïdal, il faut un oscillateur harmonique: $1 - \frac{1}{n} = 0$, i.e. $\boxed{n = 1}$

Dans ce cas: $\boxed{f_{\text{oscillation}} = f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}}$

- le réglage de $n = 1$ séparément n'est pas réalisable en pratique (bruit ambiant, fluctuations thermiques, incertitudes, ...)

- on cherchera donc à avoir $n \lesssim 1$ pour assurer les oscillations. Dans ce cas, l'oscillateur sera quasi-sinusoïdal (il présentera des non linéarités).

Vraisemblablement, nR et $(1-n)R$ sont les résistances d'un pont diviseur réglable par la valeur de n .

→ on partira donc d'une valeur de n grande ($n > 1$): les solutions de l'éq. diff. seront convergentes vers 0: à l'oscillo, on observe un signal nul.

→ on diminue ensuite la valeur de n jusqu'à voir apparaître les oscillations à l'oscillo. + voir question 1

de L'ALI fixe l'amplitude des oscillations par sa saturation.

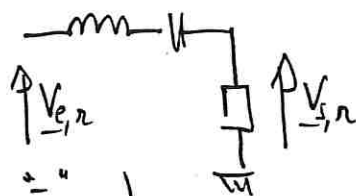
→ $e(t)$ oscille donc avec une amplitude V_{sat} : $e(t) = V_{\text{sat}} \cos(\omega t)$

or $s(t) = n \cdot e(t) = n V_{\text{sat}} \cos(\omega t)$.

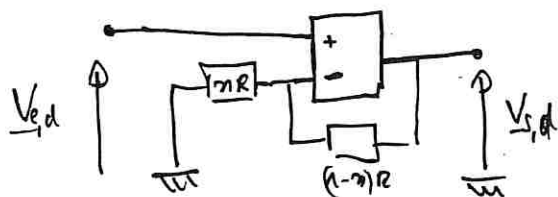
Amplitude de s : $\boxed{s_m = n V_{\text{sat}}}$

e - chaîne retour : circuit passif $\Rightarrow$ filtre RLC

$$\underline{B}(\omega) = \underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$



chaîne directe : amplificateur (retroaction sur $\pm$)
 $\rightarrow$ régime linéaire



$$\frac{V_{s,d}}{V_{e,d}} = \underline{A}(\omega) = \frac{1}{n}$$

lorsque l'on borde les 2 blocs, on a : $V_{s,d} = V_{e,r}$ et $V_{s,r} = V_{e,d}$

Ce qui mène au critère de Barkhausen :

$$\underline{A}(\omega) \cdot \underline{B}(\omega) = 1$$

$$\frac{1/n}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{n} = 1 & (\text{partie réelle}) \\ Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = 0 & (- \text{imaginaire}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ \omega_{osc} = \omega_0 \end{cases} \begin{array}{l} (\text{condition d'oscillation}) \\ (\text{pulsation des oscillations}) \end{array}$$

$\rightarrow$ on retrouve les cds de l'approche temporelle ✓

f - Si régime linéaire, on a

$$\text{Vie que : } \left[s^2 + \frac{R}{L} \left(1 - \frac{1}{n}\right) s + \frac{1}{LC} s = 0 \right]$$

Si l'AL est saturé : $e = \pm V_{sat}$, le RLC sera voit des échelons de tension

$$\pm V_{sat} = u_L + u_C + s$$

$$\pm V_{sat} = L \frac{di}{dt} + u_C + s$$

$$0 = L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} + \frac{ds}{dt}$$

$$i = \frac{s}{R}$$

$$\left[0 = \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{LC} s \right]$$

Condition pour être en

régime linéaire : $|e| < V_{sat}$

$$\left| \frac{s}{n} \right| < V_{sat} \Rightarrow$$

$$\left[|s| < n V_{sat} \right]$$

On aura donc :

```
def RLC(u, t)
    [s, s_p] = u
    if abs(s) < n*Vsat : # Regime lineaire
        du = [s_p, -1/LC*s - R/L*(1-1/n)*s_p]
        return du
    else : # Regime sature
        du = [s_p, -1/LC*s - R/L*s_p]
        return du
```

← qua. diff en regime lineaire

← qua. diff en regime sature.

g- $s_0 = 9,01 V = 10 mV$. Il faut une petite valeur car on dit que les "oscillations démontent sur du bruit"

h- Odeint permet de retourner 2 listes

- la 1^{ère} correspond aux valeurs de s_i pour tout les t_i
- la 2^{ème} —————

$$\left. \frac{ds}{dt} \right|_i = s_{pi} \text{ ————— } t_i$$

Appelons la solution : "solution"

$solution = odeint(RLC, CI, t)$

on récupère donc la 1^{ère} colonne de solution (celle correspondant à la liste "s")

$s = solution[:, 0]$

on crée la variable temps

$t = np.linspace(0, t_{final}, N)$

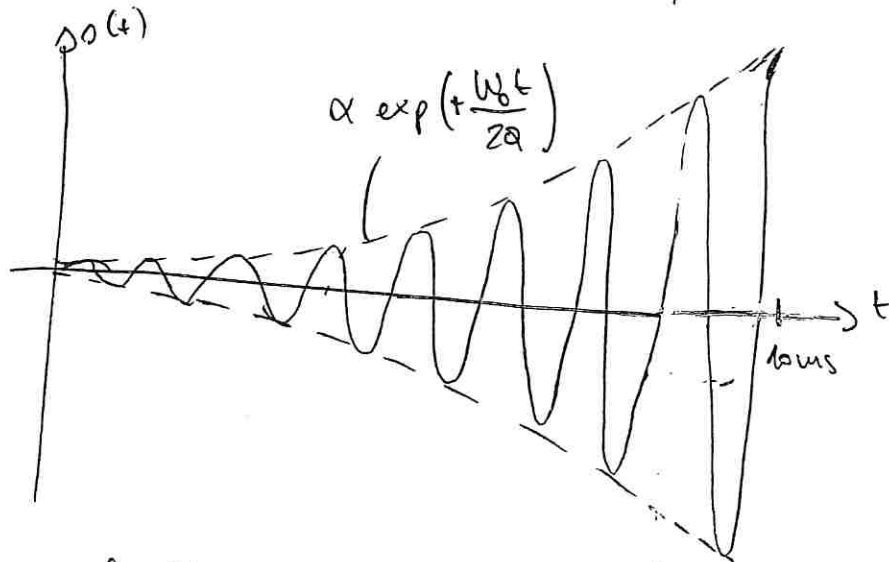
(np pour l'appel de "numpy")

```
plt.plot(t, s)
plt.xlabel("t (s)")
plt.ylabel("s (V)")
```

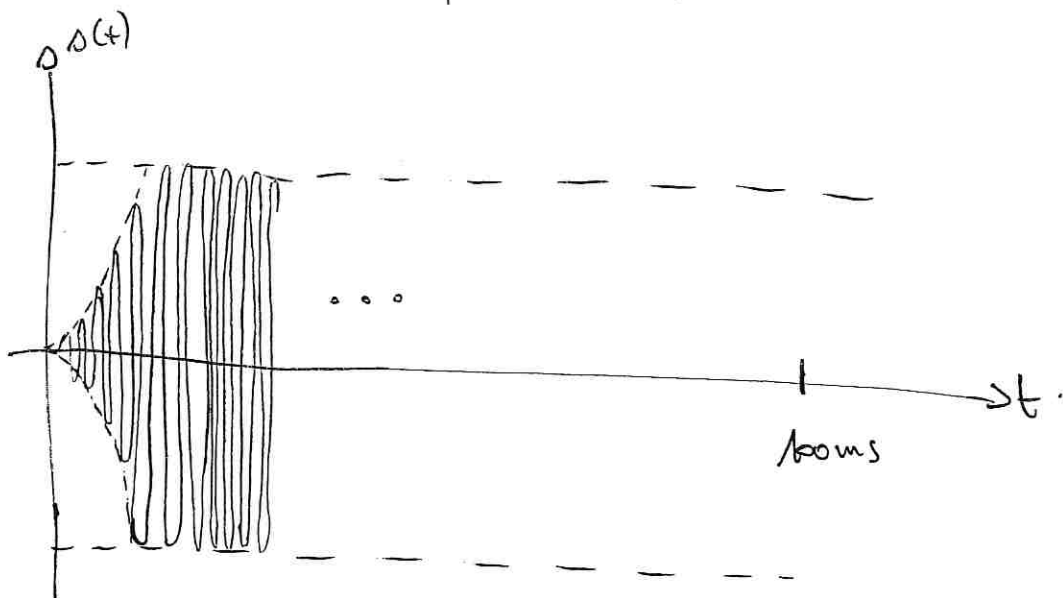
i. Quand l'équation différentielle a des solutions divergentes, l'amplitude du signal croît comme une exponentielle dans le cas où $n < 1$, la durée caractéristique de cette exponentielle est $\tau \approx \frac{2Q}{\omega_0}$ AN : $\tau \approx 6 \text{ ms}$

→ sur une durée de 10 ms, le régime permanent n'a donc pas le temps de s'établir.

$$T_b \approx 9,4 \text{ ms}$$



→ sur 100 ms, le RP a le temps de s'établir



2. Modulation & demodulation

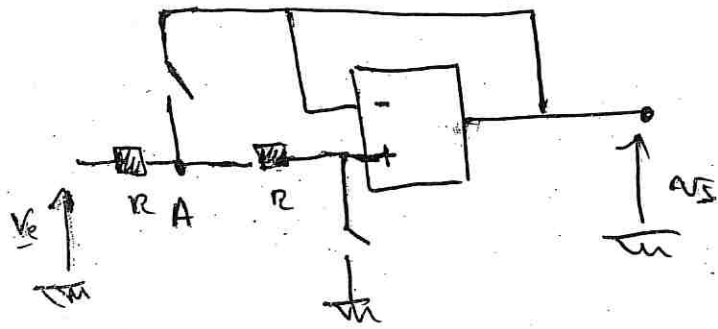
A - Étude d'un filtre

Q. All ideal:

- gain infini $A_d \rightarrow +\infty$
- $i_+ = i_- = 0$ (impédance d'entrée infinie)
- impédance de sortie nulle

en régime linéaire : $V_+ = V_-$

b. en BF: $\text{---} \parallel \text{---} (=) \text{---} \diagup \text{---}$ (car $|z_c| = \left| \frac{1}{j\omega c} \right| \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 0$)



- to be court sent into

$$\bullet \quad (V_A - V_+) = R \cdot i = 0$$

$$V_A = V_+$$

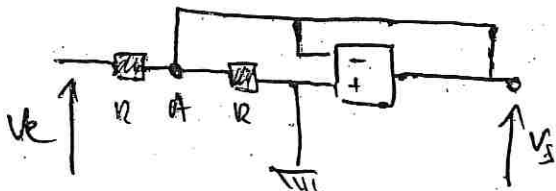
$$(V_e - V_A) = R_w = 0$$

$$V_e = V_A = V_+$$

réponse linéaire: $V_+ = V_e = V_- = V_f$

$$\boxed{V_e = V_s} \quad \text{en BF}$$

c. zu 4F: $\text{---}||\text{---} \Leftrightarrow \text{---}\bullet\text{---}\bullet\text{---}$ (vor $|\underline{z}| \rightarrow 0$)



$$\rightarrow V_+ = 0$$

$$V_- = V_+ = V_j = 0 \quad \text{en } GF$$

d- Nature du filtre : Passé-Bas

e. thm de Thévenin en A (on loi des nœuds en termes de courants).

$$\underline{V}_A = \frac{\underline{V}_+/R + \underline{V}_e/R + \underline{V}_s \cdot j\omega(2C)}{\frac{2}{R} + j\omega(2C)} = \frac{\underline{V}_s \left(\frac{1}{R} + j\omega(2C) \right) + \underline{V}_e/R}{\frac{2}{R} + j\omega(2C)}$$

$$\underline{V}_+ = \underline{V}_- = \underline{V}_s$$

$$\underline{V}_A = \frac{\underline{V}_e + \underline{V}_s(1 + j\omega 2RC)}{2(1 + j\omega RC)}$$

diviseur de tension en A: $\underline{V}_+ = \frac{2C}{2C + R} \underline{V}_A = \frac{1}{1 + j\omega RC} \underline{V}_A$

$$\underline{V}_A = (1 + j\omega RC) \underline{V}_+$$

$$\underline{V}_A = (1 + j\omega RC) \underline{V}_s$$

$$\underline{V}_s (2(1 + j\omega RC)^2 - (1 + j\omega 2RC)) = \underline{V}_e$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{1}{2 - 2\omega^2 RC^2 + 4j\omega RC - 1 - j\omega RC} = \frac{1}{1 - 2(RC)^2 \omega^2 + 2j\omega RC}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\frac{1}{2(RC)^2}} + 2j \frac{\omega}{\frac{1}{\sqrt{2}RC}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

au pôle: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}RC}$ | et $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ | et $H_0 = 1$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0}}$$

on a bien: $\left. \begin{array}{l} |\underline{H}| \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} 0 \\ |\underline{H}| \xrightarrow{\omega \rightarrow 0^+} 1 \end{array} \right\}$

cohérent avec un comportement passif-bas.

f. $V_{sm} = |H| \cdot V_{em}$

→ il faut mesurer l'amplitude V_{sm} du signal de sortie, ainsi que celle, V_{em} , du signal d'entrée.

→ Permis à l'oscilloscope (ou Voltmètre) il donne les valeurs efficaces: $V_{eff} = \frac{V_{sm}}{\sqrt{2}}$

g. $\phi_s = \arg(H) + \phi_e$

les déphasages sont mesurés à l'oscilloscope.

(on mesure en réalité $\phi_s - \phi_e$ si l'origine des temps n'est pas fixée).

h. $|H|^2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

avec $Q^2 = 2$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$|H|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}$$

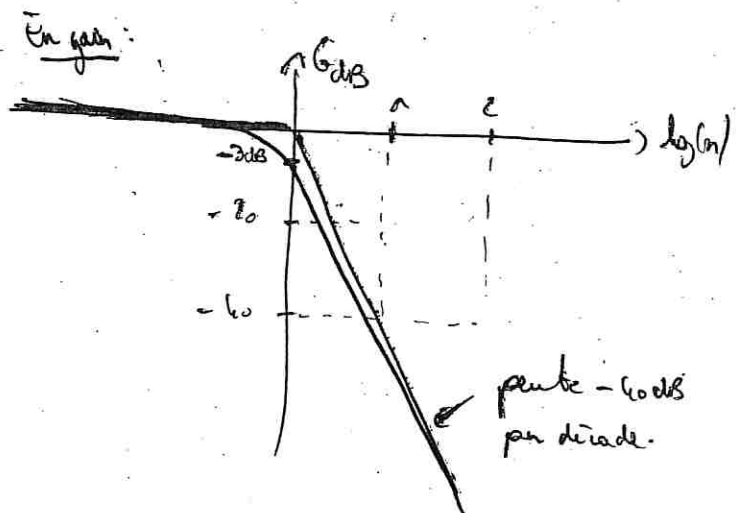
i. Diagramme de Bode

- BF: $|H| \sim 1 \rightarrow G_{dB} \sim 0$
- HF: $|H| \sim \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \rightarrow G_{dB} \sim -40 \log(n)$

avec $n = \frac{\omega}{\omega_0}$

• $\omega = \omega_0$: $|H| = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow G_{dB} = -3 \text{ dB}$

→ $\omega_0 = \omega_c$

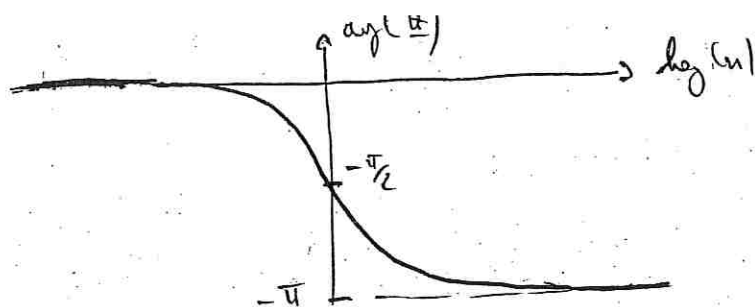


i - en phase.

BF: $\arg(\underline{u}) = 0$

HF: $\arg(\underline{u}) = -\pi$

$\omega = \omega_0$ $\arg(\underline{u}) = -\pi/2$



B. Modulation & démodulation

a. $L \sim \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}$ $L_1 \approx \frac{c}{2f_1} \approx 500 \text{ km}$

$L_2 \approx \frac{c}{2f_2} \approx 33 \text{ km}$

$L \propto \frac{1}{f}$ si $f \nearrow$ alors $L \searrow$

il faut porter le signal en HF

→ Enter le braillage

B. Avec le schéma bloc.

$$s(t) = p(t) + k e(t) p(t)$$

$$= p(t) (1 + k e(t))$$

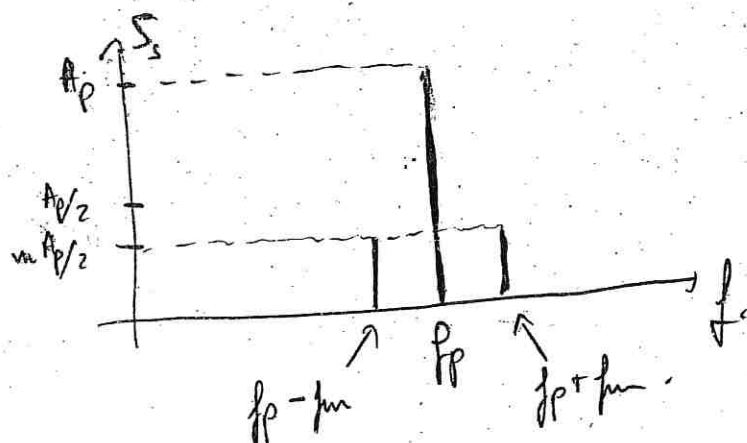
$$= (1 + k A_m \cos(2\pi f_m t)) A_p \cos(2\pi f_p t)$$

on a bien $m = k A_m$

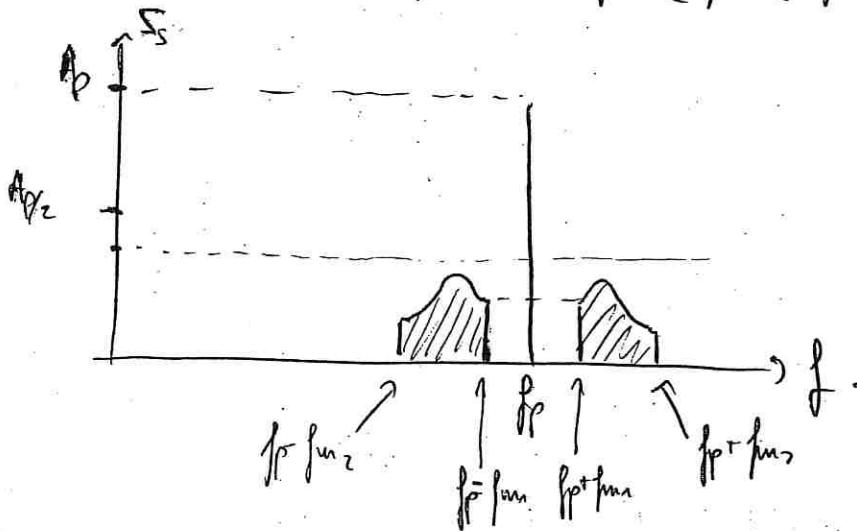
c. Voir à la fin

d. pour un signal sinusoïdal

$$s(t) = A_p \left[\cos(2\pi f_p t) + \frac{m}{2} \left(\cos(2\pi (f_p + f_m) t) + \cos(2\pi (f_p - f_m) t) \right) \right]$$



- e. Avec un spectre continu entre f_{m1} et f_{m2} , on peut reproduire le raisonnement par chaque f_m tel que $f_{m1} \leq f_m \leq f_{m2}$ et obtenir.



- f. Si l'on souhaite transmettre ce signal modulé, il faut utiliser un passe-bande tel que:

$$f_{c1} < \underbrace{f_p - f_{m2}}_{180,5 \text{ kHz}} \quad \text{et} \quad f_{c2} > \underbrace{f_p + f_{m2}}_{189,5 \text{ kHz}}$$

→ Bande passante : $\Delta f \sim 9 \text{ kHz}$

→ Facteur de qualité : $Q \sim \frac{f_p}{\Delta f} \sim 20$

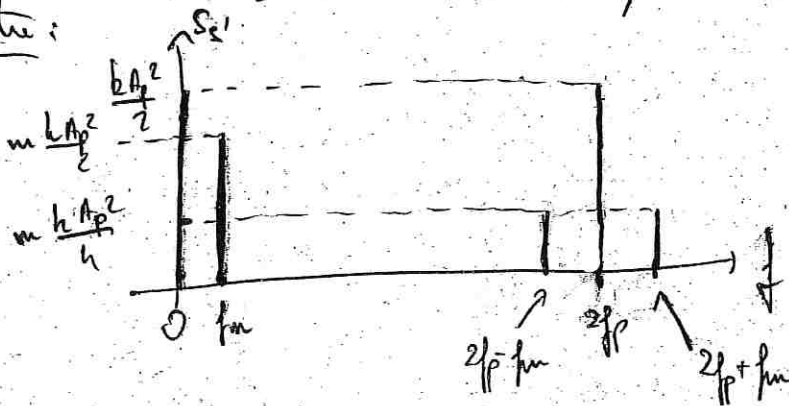
- g. puisque Δf est assez petit, une seule antenne (avec une baffle unique) peut être utilisée pour la réception du signal modulé.

- h. au sortie du multiplicateur.

$$\begin{aligned} s'(t) &= k p(t) \cdot s(t) \\ &= k A_p^2 (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos^2(2\pi f_p t) \\ &= \frac{k A_p^2}{2} (1 + m \cos(2\pi f_m t)) (1 + \cos(2\pi (2f_p) t)) \\ &= \frac{k A_p^2}{2} \left(1 + \cos(2\pi (2f_p) t) + m \left(\cos(2\pi f_m t) + \frac{1}{2} (\cos(2\pi (2f_p + f_m) t) + \cos(2\pi (2f_p - f_m) t)) \right) \right) \end{aligned}$$

$$s'(t) = \frac{k A_p^2}{2} \left(1 + m \cos(2\pi f_m t) + \frac{m}{2} \cos(2\pi (2f_p - f_m) t) + \cos(2\pi (2f_p) t) + \frac{m}{2} \cos(2\pi (2f_p + f_m) t) \right)$$

Spectre :



i. Après le passe-bas idéal 1.



$$s''(t) = \frac{k A_p^2}{2} \left(1 + m \cos(2\pi f_m t) \right)$$

j. au point le filtre de la partie A :

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2f_p}{f_0}\right)^4}} \approx \left(\frac{f_0}{2f_p}\right)^2 \quad \text{si } f_0 (= f_c) \text{ caractérisé loin de } 2f_p$$

$$G_{dB}(2f_p) = 40 \log\left(\frac{f_0}{2f_p}\right) = -80 \text{ dB.}$$

$$f_0 = 2f_p \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{AN} : f_0 = 3,7 \text{ kHz}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{2} RC}$$

$$R = \frac{1}{2\pi \sqrt{2} C \cdot f_0}$$

$$\underline{AN} : R \approx 30,4 \text{ k}\Omega$$

$$(f_p = 185 \text{ kHz})$$

k - pour les composantes continues, $\frac{1}{C} \Rightarrow \frac{1}{\omega C}$

c' retire donc la composante continue du signal s^4

$$\rightarrow d(t) = \frac{k A_p^2}{2} m \cos(2\pi f_m t) \quad \text{ou} \quad d(t) = \frac{k^2 A_p^2 A_m}{2} \cos(2\pi f_m t)$$

l - si le pass-bas (2) est idéal, il permet de ne récupérer que la composante continue puisque $f_c < f_m$.

$$a(t) = \frac{k A_p^2}{2}$$

m - (Si l'on connaît les caractéristiques des multiplicateurs, on connaît k)
 $\rightarrow$ la mesure de a permet d'accéder à $A_p = \sqrt{\frac{2a(t)}{k}}$

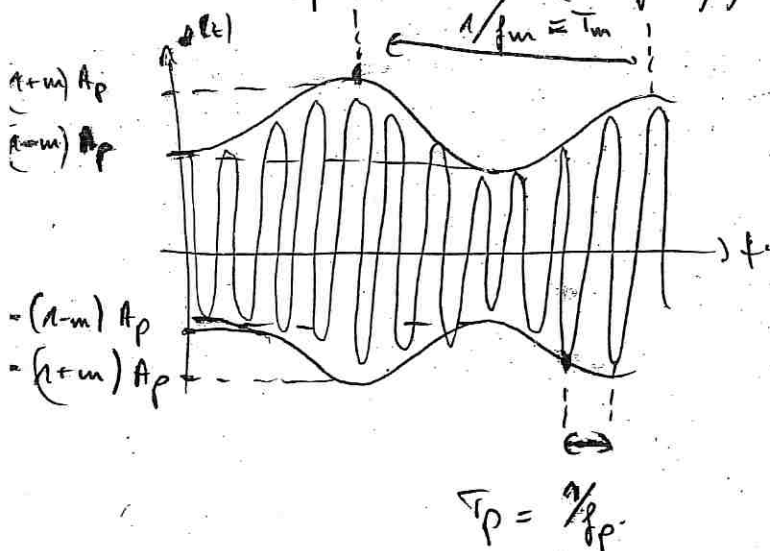
$\rightarrow$ l'analyse de d permet d'accéder à :

• f_m par analyse spectrale

• $d_m = \frac{k^2 A_p^2}{2} A_m = k a \cdot A_m \rightarrow A_m = \frac{d_m}{k a}$

$\rightarrow$ Analyser d et a permet d'accéder à toutes les caractéristiques du signal modulant de départ : A_m ✓
 f_m ✓

e. $s(t) = A_p (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_p t)$



$\rightarrow$ au même graphique :

• $T_p = 5 \mu s$ et $T_m = 250 \mu s$
 $\Rightarrow f_p = 200 \text{ kHz}$ et $f_m = 4 \text{ kHz}$

• $A_p(1+m) = 2.7 \text{ V}$

$A_p(1-m) = 1.6 \text{ V}$

$\frac{1+m}{1-m} = \frac{2.7}{1.6} = \alpha$

$m(1+\alpha) = \alpha - 1$

$m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$

AN : $m \approx 0.26$

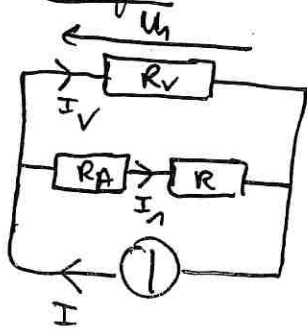
1. Si l'ordre de la résistance mesurée est de $0,1 \Omega$ le petit calibre sera le mieux adopté (i.e. : " 500Ω ")

Incertitude: $\Delta R = \frac{0,5 \cdot 10^{-2} \times 0,1 + 3 \times 0,1}{\sqrt{3}} \approx 0,2 \Omega$

ΔR est plus grand que R ! (Cela vient de l'incertitude des digits).

→ cette méthode n'est pas adaptée à des mesures de très faibles résistances

2. Pontage 1.

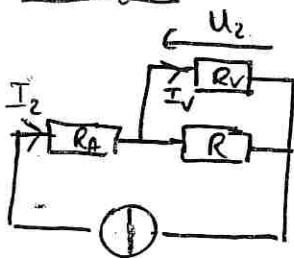


on a directement: $U_1 = (R_A + R) I_1$

$\Rightarrow R_1 = \frac{U_1}{I_1} = R_A + R$

$\Rightarrow \boxed{E_1 = \left| \frac{R_1 - R}{R} \right| = \frac{R_A}{R}}$

Pontage 2.



• diviseur de courant: $I_V = \frac{R}{R + R_V} I_2$

• loi d'Ohm: $U_2 = R_V I_V$

$= \frac{R_V R}{R + R_V} I_2 \rightarrow R_2 = \frac{R R_V}{R + R_V}$

$E_2 = \left| \frac{R_2 - R}{R} \right|$

$\boxed{E_2 = \frac{R}{R + R_V}} = \frac{1}{1 + R_V/R} \approx \frac{R}{R_V}$ (car $R_V \gg R$)

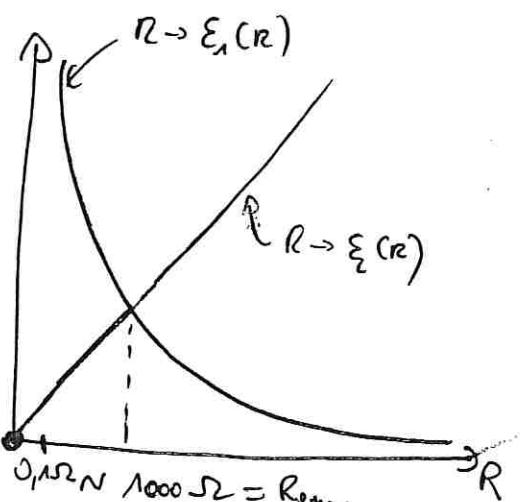
R_V (grande) $\sim 1171 \Omega$

R_A (petite) $\sim \left(\frac{0,7}{10} \right) \approx 0,07 \Omega$

Représentation graphique à la calculatrice.

choisi avec la valeur mentionnée
 $I = 5,23 \text{ A}$
 $U = 287,5 \text{ mV}$

choisis de la table 2 avec le calibre de la mesure adapté



ϵ_i est une mesure de l'erreur faite en assimilant R_i à R .

on voit que pour R petite ($\sim 0,1 \Omega \ll R_{lim}$) $\boxed{\epsilon_1 \gg \epsilon_2}$

on veut donc minimiser ϵ_i . On choisit donc le montage 2

par avoir $\boxed{\epsilon_2 \text{ petit}}$

3- on a donc $R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{287,5 \text{ mV}}{5,23} \approx 5,5 \text{ m}\Omega$.

$$\Delta R_2 = R_2 \sqrt{\left(\frac{\Delta U_2}{U_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_2}{I_2}\right)^2}$$

avec $\Delta U_2 = \frac{93 \text{ mV} \times 287,5 \text{ mV} + 2 \times 0,1 \text{ mV}}{\sqrt{3}}$

$$\approx 6 \text{ mV}$$

$$= 5 \text{ m}\Omega$$

$$\Delta I_2 = 4,8 \text{ mA}$$

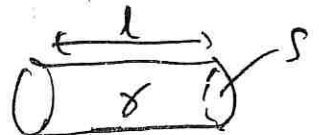
$$\boxed{R_2 = (5,5 \pm 0,1) \text{ m}\Omega}$$

$\uparrow$ $5 \text{ m}\Omega$ a été majoré à $1 \text{ m}\Omega$

Cette méthode est bien $\oplus$ précise que celle de l'ohmmètre

Améliorations :

$\rightarrow$ Utiliser des gammes de courant où l'incertitude est $\oplus$ faible.
 $i < 500 \text{ mA}$.

4- on sait que :  $\rightarrow R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$ (Cours)

$$\rightarrow \sigma = \frac{1}{R} \frac{l}{S}$$

AN : $\boxed{\sigma \approx 5,8 \text{ mS m}^{-1}}$

Ben odG ✓

5. Principe fondamental de la dynamique (PFD)

à un électron de conduction de masse m_e ds le réf. du labo. supposé galiléen.

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}_c + \vec{f}_D = -e\vec{E} - \frac{m_e}{\tau} \vec{v}$$

Vitesse limite $\rightarrow$ régime permanent atteint : $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$

$$-e\vec{E} = \frac{m_e}{\tau} \vec{v}_{\text{lim}} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{\text{lim}} = -\frac{e\tau}{m_e} \vec{E}} \quad (\text{opposée à } \vec{E} \checkmark)$$

Vecteur densité de courant électrique : $\vec{j} = n(e)\vec{v}_{\text{lim}} = n \frac{e^2\tau}{m_e} \vec{E}$.
(en régime permanent)

or la loi d'Ohm locale indique : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

Au en déduit :

$$\boxed{\gamma = \frac{ne^2\tau}{m_e}} \quad \checkmark$$

6. • Si l'électron "i" ne subissait pas de collision, au avant

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{f}_c \xrightarrow{\text{au 1er ordre}} \frac{\vec{p}_i(t+dt) - \vec{p}_i(t)}{dt} \rightarrow \boxed{\vec{p}_i(t+dt) - \vec{p}_i(t) + \vec{f}_c \cdot dt}$$

• Si l'électron subit une collision (avec proba : $\frac{dt}{\sigma}$) entre t et $t+dt$

$$\vec{p}_i(t+dt) = \vec{p}_{i,0} \frac{dt}{\sigma}$$

• Si l'électron ne subit pas de collision (proba : $1 - \frac{dt}{\sigma}$) ——— i

sa quantité de mov reste $\vec{p}_i(t)$. Et faut donc considérer

$$\underbrace{\text{sans considérer } \vec{f}_c}_{\vec{p}_i(t) \left(1 - \frac{dt}{\sigma}\right)}$$

en prenant en compte les 2 événements (subir ou non une collision)

$$\boxed{\vec{p}_i(t+dt) = \underbrace{\vec{p}_{i,0} \frac{dt}{\sigma}}_{\text{partie "collision"}} + \underbrace{\vec{p}_i(t) \left(1 - \frac{dt}{\sigma}\right) + \vec{f}_c dt}_{\text{partie force coulombienne}}}$$

7- on prend la moyenne spatiale (ie sur tous les électrons) de la relation précédente.

$\langle \vec{p}_{i,0} \rangle = \vec{0}$ puisqu'on peut imaginer qu'à la suite de
des puits d'isotropie $\rightarrow$ Chaque collision, toutes les directions de
l'espace sont explorées de manière équiprobable

$$\vec{p}(t+dt) = \vec{0} + \vec{p}(t) \left(1 - \frac{dt}{\sigma}\right) + \vec{f}_c \cdot dt \quad (\vec{f}_c \text{ st constante})$$

$$\vec{p}(t+dt) - \vec{p}(t) = - \frac{dt}{\sigma} \vec{p}(t) + \vec{f}_c dt.$$

$$\left[\frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{1}{\sigma} \vec{p} = \vec{f}_c \right]$$

on remarque que $\boxed{\sigma = \tau}$ en voyant l'analogie avec le PFD de la qst 5

$$8_- \quad \pi(t+dt) = \pi(t) \left(1 - \frac{dt}{\sigma} \right)$$

$$\pi(t+dt) - \pi(t) = - \pi(t) \frac{dt}{\sigma}$$

en prenant $\lim_{dt \rightarrow 0}$

$$\left[\frac{d\pi}{dt} + \frac{1}{\sigma} \pi = 0 \right]$$

$$\rightarrow \pi(t) = \pi_0 \exp\left(-\frac{t}{\sigma}\right)$$

$$= \pi_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

à $t=0^+$, l'électron a subi un choc donc $\pi(0^+) = 1 = \pi_0$.

$$\boxed{\pi(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

Densité de probabilité : $u(t) = \frac{1}{\tau} \pi(t)$.

Rayenne temporelle de f : $t \rightarrow t$.

$$\begin{aligned} \langle t \rangle = \langle f \rangle_t &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{\tau} \pi(t) t dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{+\infty} t \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt \quad \downarrow \text{par IPP} \\ &= \frac{1}{\tau} \left(\left[-t\tau \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\tau \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt \right) \\ &= \frac{1}{\tau} \left(0 + \tau \left[-\tau \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]_0^{+\infty} \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\langle t \rangle = \tau} \rightarrow \tau \text{ st donc le temps de vol moyen entre 2 collisions successives.}$$

par ne pas subir de choc jusqu'à $t+dt$, il faut que l'électron n'en ait pas subi jusqu'à t (proba. $\pi(t)$) et qu'il n'en subisse pas entre t et $t+dt$ (proba. $1 - \frac{dt}{\sigma}$) $\rightarrow$ du fait le produit des 2 probabilités

4-Conduction électrique des métaux

- a. Soit un électron de conduction soumis au champ électrique externe $\vec{E}$.
Sur une durée suffisamment longue, il entre en collision avec les atomes du réseau cristallin un grand nb de fois.
Sur quelques collisions, un modèle de frottement fluide ne serait pas pertinent.
Par ailleurs, l'agitation thermique porte une énergie qui met en mouvement les électrons de des directions isotropes et aléatoires. Pour ne pas avoir à prendre en compte sa contribution au mouvement (et prendre uniquement celle de $\vec{E}$), il est nécessaire de prendre la valeur moyenne sur un grand nb de collisions.
- b. si $U > 0$, alors $\vec{E}$ est bien orienté de la sens des potentiels décroissants.

c. PFD à un électron (pertes négligées) de la réf. du labo. supposé galiléen.

$$m_e \frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = -e \vec{E} - \alpha \langle \vec{v} \rangle$$

au bout d'un temps long, RP atteint, donc $\frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \langle \vec{v} \rangle_{RP} = \vec{v}_{lim} = -\frac{e}{\alpha} \vec{E}$$

si on s'intéresse au transitoire :

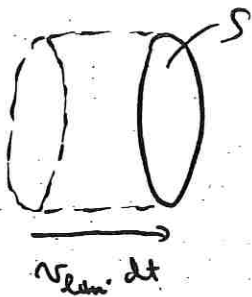
$$\frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} + \frac{\alpha}{m_e} \langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{m_e} \vec{E}$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \vec{A} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \frac{e}{\alpha} \vec{E} \quad \text{avec } \tau = m_e / \alpha$$

$$\langle \vec{v} \rangle(t=0) = \vec{0} \Rightarrow \vec{A} = \frac{e}{\alpha} \vec{E}$$

$$\boxed{\langle \vec{v} \rangle(t) = -\frac{e}{\alpha} \vec{E} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

d-



les électrons qui traversent S sont ceux contenus
dans le tube de longueur $v_{drift} \cdot dt$.

$$dn = \frac{1}{e} \underbrace{|\rho| v_{drift} \cdot dt \cdot S}_{\text{volume du tube de section } S}$$

$$v_{drift} = \|\vec{v}_{drift}\|$$

⚠ au compte des particules, pas des charges (il faut diviser par e)

e- $i = \text{débit de charges} \rightarrow i = \frac{dq}{dt}$

or $dq = e \cdot dn = |\rho| v_{drift} dt \cdot S$

$$\Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = \underbrace{|\rho| v_{drift} \cdot S}_{= j_{drift}} = |\rho| \frac{e}{\alpha} E \cdot S$$

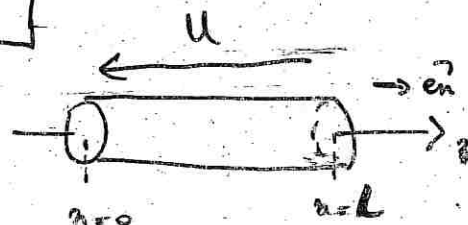
$$\boxed{i = |\rho| \frac{e}{m_e} \tau \cdot E \cdot S}$$

$$\tau = \frac{m_e}{\alpha}$$

$$U = \int_0^U dV = \int_L^0 \text{grad}(V) \cdot d\vec{l} \quad \text{avec } d\vec{l} = dn \vec{e}_n$$

$$= -E \times L = E \cdot L$$

en statique



$$\Rightarrow i = \frac{1}{m_e} |\rho| e \cdot \tau \frac{U}{L} S$$

la loi d'Ohm macroscopique indique $i = \frac{U}{R}$

on en déduit $R = \frac{m_e}{|\rho| e \tau} \frac{L}{S}$ (on sait que (cons))

$$R = \frac{1}{\gamma} \frac{L}{S}$$

$$= \frac{1}{\gamma}$$

• $L \rightarrow R(L)$ et croissante : plus L est grande, plus les collisions e^- de conduction sur réseau sont nombreuses, plus la résistance est grande

• $S \rightarrow R(S)$ et décroissante : à j fixé, si $S \uparrow$, le conducteur offre une e^- de conduction une section $\oplus$ grande à travers laquelle ils peuvent voyager $\Rightarrow R \downarrow$.

g-

$$n_{e^-} = n_{Cu} = \frac{N_{Cu}}{V}$$

par une mole :

$$n_{Cu} = \frac{N_A}{N_m}$$

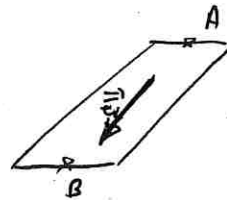
volume molaire
et $N_m = \mu_{Cu} \cdot N_m$

$$n_{Cu} = \frac{N_A \cdot \mu_{Cu}}{N_m} = n_{e^-}$$

$$\rho = -e \cdot n_{e^-} = -e \frac{N_A \cdot \mu_{Cu}}{N_m}$$

AN: $\rho \approx -1,4 \cdot 10^6 \text{ C m}^{-3}$

Effet Hall des métaux



h- $\vec{E}_L$ de la sens des potentiels décroissants donc de A vers B (si $U > 0$)

i- la force magnétique et $\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$

pour les électrons:

ils ressentent $\vec{F}_{ele} = -e \vec{E}_L$ selon $-\vec{e}_x$

donc longitudinalment; ils voyagent de B vers A.

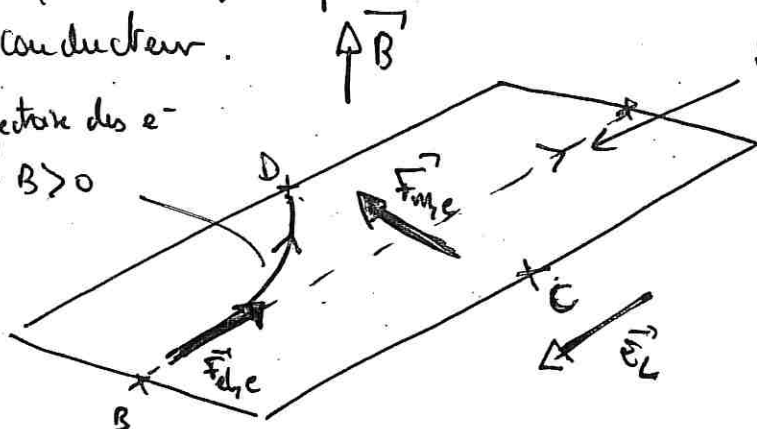
donc $\vec{v}_e = v_e \vec{e}_x$ avec $v_e < 0$

Ainsi par la force magnétique, on aura :

$$\vec{F}_m = -e(\vec{v}_e \wedge \vec{B}) \text{ selon } -\vec{e}_y \text{ (de C vers D)}$$

la force magnétique dévie donc les électrons vers le bord "D" du conducteur.

trajectoire des e^-
avec $B > 0$

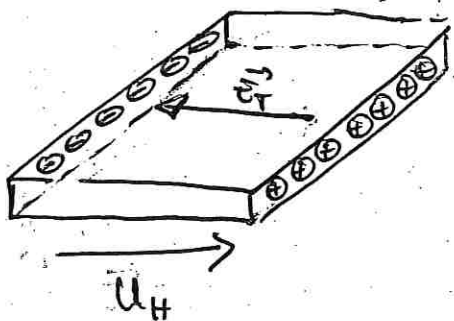


trajectoire des e^- si $B > 0$

on observe donc des électrons s'accumuler en D.

Par conservation l'électroneutralité;
des charges positives s'accumuleront en C.
↳ les "trous"

k.



Un champ électrique transverse $\vec{E}_T$ apparaît, allant des charges $\oplus$ vers les charges $\ominus$.

$$\vec{E}_T \text{ suivant } -\vec{e}_y$$

l. En utilisant la formule : $\vec{E} = \frac{U}{L}$

ici on a : $U_H = \|\vec{E}_T\| \cdot L$

pas besoin de la redémontrer si elle a déjà été fait 1 fois de la copie

m. Equilibre : $-e \vec{E}_T = -e (\vec{v}_e \wedge \vec{B})$

Hyp : $\vec{v}_e = \vec{v}_{lim}$ or $i = |p| \cdot v_{lim} \cdot S \rightarrow v_{lim} = \frac{i}{|p| \cdot h \cdot L}$

en projetant sur $\vec{e}_y$:

$$e \frac{U_H}{L} = e \frac{i}{|p| h L} B \rightarrow \boxed{i = \frac{|p| h}{B} \cdot U_H}$$

n. Constante de Hall (⚠ ce n'est pas une résistance)

$$\boxed{R_H = \frac{1}{|p|}}$$

o. AN : $R_H \approx 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$

$$R = \frac{U_H}{i} = \frac{R_H \cdot B}{h} = \begin{cases} \approx 1,5 \cdot 10^{-8} \Omega & (h = 5 \text{ mm}) \\ \approx 15 \text{ m}\Omega & (h = 5 \text{ nm}) \end{cases}$$

p. $R \propto \frac{1}{h}$ Avec des couches minces, on peut obtenir des résistances plus faciles à mesurer ($10^{-8} \Omega$ très difficilement mesurable)

$$q - R \propto \frac{1}{|p|} \quad \text{or} \quad p = -n_e \cdot e$$

si la densité d'électrons de conduction est grande (ce qui est le cas dans les métaux), la résistance mesurée par effet Hall sera petite (A par des couches minces)

→ on privilégiera l'utilisation de semi-conducteurs.
avec une densité de porteurs $\left| \begin{array}{l} 1000 \\ 0 \\ 10000 \end{array} \right.$ fois plus petite.

pour Si :

$$R_{Si} = \frac{1}{|p|} \cdot \frac{B}{h}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } |p| &= e n_e \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{25} \\ &= 1,6 \cdot 10^6 \text{ C m}^{-3} \end{aligned}$$

AN : $\boxed{R_{Si} \approx 125 \Omega}$

Rq : ts ces résultats ont été établis avec le modèle de Drude, que l'on sait applicable pour un conducteur ohmique.

Pour un semi-conducteur, ce modèle ne sera vraisemblablement pas vrai.

